

COLLÈGE EXPRESS

Sommaire

1	Calculs et simplifications	1
2	Équations	1
3	Développements	2
4	Factorisations	2
5	Fonctions	2
6	Géométrie	2
7	Logique	3
8	Solutions	3

Afin de ne pas tout oublier pendant les vacances d'été, voici quelques exercices de mathématiques qui vous prépareront à l'entrée en seconde. Ils doivent être réalisés sans calculatrice, le plus possible de tête. Les solutions sont là afin que vous vérifiez vos résultats : s'ils sont faux, corrigez vos erreurs car, même si tout ce que vous avez appris au collège n'est pas contenu dans cette simple feuille, tout ceci vous sera nécessaire dès le début de l'année.

1 Calculs et simplifications

- | | | | |
|--------------------------|---|---|--|
| (a) $3 - 5 + 1 - 19$ | (h) $2^3 - 3^2$ | (o) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$ | (u) $\frac{1}{3} - \frac{4}{5} \times \frac{5}{3}$ |
| (b) $(-3)^2$ | (i) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ | (p) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ | (v) $(\frac{3}{4})^2 - \frac{5}{8}$ |
| (c) -5^2 | (j) $\frac{81}{27} + 1$ | (q) $\frac{2}{5} \frac{3}{4} \frac{5}{6}$ | (w) $\frac{\frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{3} - 3}$ |
| (d) $7 - 3 \times 5$ | (k) $3 - \frac{13}{11}$ | (r) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}}$ | (x) $\frac{3 \times 4}{3 \times 2}$ |
| (e) $-23 - 4 \times 3^2$ | (l) $\frac{12}{16} - \frac{21}{28}$ | (s) $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{9}}$ | (y) $\frac{2 + 4}{2 + 1}$ |
| (f) $(4 - 5)^2$ | (m) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ | (t) $\frac{3-5}{5}$ | (z) $3 + \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \frac{2}{5}$ |
| (g) $4^2 - 5^2$ | (n) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ | | |

2 Équations

- | | | |
|-----------------|-------------------|-------------------|
| (a) $x - 3 = 0$ | (d) $-4y = 3$ | (g) $5 - x = 0$ |
| (b) $x + 2 = 0$ | (e) $-5t = -2$ | (h) $2y + 3 = 1$ |
| (c) $7t = 3$ | (f) $2x + 10 = 0$ | (i) $2 - 3x = -7$ |

(j) $5 + 4y = 2$	(m) $y^2 - 4 = 0$	(p) $3x^2 - 4x + 7 = 3 + 2x + 3x^2$
(k) $4x - 5 = -7 - 2x$	(n) $t^2 - 15 = 1$	(q) $4 - 3x = -3x + 8$
(l) $x^2 = 9$	(o) $2x + 3 = 5 - 4x$	(r) $2y - 3 = -3 + 2y$

3 Développements

(a) $k(a + b)$	(e) $(f - g)^2$	(i) $-3y(7 - 2y)$	(m) $-2(3a - 1)(5 - 2a)$
(b) $a(b - c)$	(f) $(u + v)(u - v)$	(j) $(3x + 2)(5 - 4x)$	(n) $(3r - 2t)(2t + 3r)$
(c) $(r + s)(t - u)$	(g) $2x(4x + 5)$	(k) $(2t - 3)(2t + 3)$	(o) $-5t^2(7 - 3t)$
(d) $(x + y)^2$	(h) $(4x - 5)x$	(l) $(3x - 2y)^2$	(p) $(3u + 2v)(5v - 4u)$

4 Factorisations

(a) $12 - 6x$	(c) $5a^2 - 3a$	(e) $5z^2 - 4z^3$	(g) $9p - 6p^2$
(b) $35 - 28t^2 + 21t^5$	(d) $12b - 21b^2$	(f) $3(x - 2) - 5x(x - 2)$	(h) $3(q - 1)^2 + 4q - 4$

5 Fonctions

- (a) Déterminer l'image de -5 par la fonction $f(x) = 3 - 2x$.
- (b) Déterminer l'image de -2 par la fonction $g(x) = 7 - 3x^2$.
- (c) Déterminer l'antécédent de 7 par la fonction $h(x) = 3x - 5$.
- (d) Déterminer l'antécédent de 3 par la fonction $i(x) = 2 - 5x$.

6 Géométrie

- (a) BAC est rectangle en A . $AB = 4$, $AC = 7$. Peut-on calculer BC ?
- (b) PQR est rectangle en R . $PQ = 3$, $PR = 2$. Peut-on calculer QR ?
- (c) GHI est tel que $GH = 3$, $HI = 5$ et $GI = 4$. Que dire?
- (d) MNP est rectangle. $MN = 5$, $NP = 6$. Peut-on calculer MP ?
- (e) FGH est tel que $FG = 5$, $GH = 7$ et $FH = 5$. Que dire?
- (f) UVW est tel que $UV = 8$, $VW = 7$. Peut-on calculer UW ?
- (g) Le quadrilatère non croisé $ABCD$ est tel que $(AB) \parallel (CD)$ et $AB = CD$. Que dire?
- (h) Les points E , F , G et H sont tels que $(EF) \parallel (GH)$ et $EF = GH$. Que dire?
- (i) Vrai ou Faux?
 - i. Si $AI = BI$ alors I est le milieu du segment $[AB]$.
 - ii. Si T est sur la médiatrice du segment $[RS]$ alors $TR = TS$.
 - iii. Si $ABCD$ est un carré alors $CBAD$ est un trapèze.
 - iv. Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors $(MN) \parallel (BC)$.
 - v. $\sin(\widehat{BAC}) = \frac{BC}{AB}$.

7 Logique

Vrai ou Faux? Justifier.

- (a) Les étoiles sont immortelles, Socrate est immortel donc Socrate est une étoile.
- (b) Tous les éléphants roses vivent en Antarctique. Barbar est un éléphant qui vit en Antarctique donc Barbar est rose.
- (c) On sait que si les petits pois sont rouges, alors il ne sont pas comestibles. Or Némoto est un poisson rouge, donc il n'est pas comestible.
- (d) Lors d'un certain radio-crochet, aucun candidat ne sait chanter. Or certaines casseroles le savent, donc quelques casseroles ne sont pas candidates.

8 Solutions

8.1 Calculs et simplifications

(a) -20	(e) -59	(i) $\frac{22}{15}$	(m) $\frac{19}{12}$	(q) $\frac{1}{4}$	(u) -1	(y) 2
(b) 9	(f) 1	(j) 4	(n) $\frac{31}{30}$	(r) $\frac{14}{15}$	(v) $-\frac{1}{16}$	(z) $\frac{31}{10}$
(c) -25	(g) -9	(k) $\frac{20}{11}$	(o) $\frac{3}{4}$	(s) 6	(w) $\frac{9}{16}$	
(d) -8	(h) -1	(l) 0	(p) $\frac{15}{28}$	(t) $-\frac{2}{5}$	(x) 2	

8.2 Équations

(a) $x = 3$	(f) $x = -5$	(k) $x = -\frac{1}{3}$	(p) $x = \frac{2}{3}$
(b) $x = -2$	(g) $x = 5$	(l) $x = -3$ ou $x = 3$	(q) Impossible
(c) $t = \frac{3}{7}$	(h) $y = -1$	(m) $y = -2$ ou $y = 2$	(r) Toujours vrai
(d) $y = -\frac{3}{4}$	(i) $x = 3$	(n) $t = -4$ ou $t = 4$	
(e) $t = \frac{2}{5}$	(j) $y = -\frac{3}{4}$	(o) $x = \frac{1}{3}$	

8.3 Développements

(a) $ka + kb$	(e) $f^2 - 2fg + g^2$	(i) $6y^2 - 21y$	(m) $12a^2 - 34a + 10$
(b) $ab - ac$	(f) $u^2 - v^2$	(j) $-12x^2 + 7x + 10$	(n) $9r^2 - 4t^2$
(c) $rt - ru + st - su$	(g) $8x^2 + 10x$	(k) $4t^2 - 9$	(o) $15t^3 - 35t^2$
(d) $x^2 + 2xy + y^2$	(h) $4x^2 - 5x$	(l) $9x^2 - 12xy + 4y^2$	(p) $10v^2 + 7uv - 12u^2$

8.4 Factorisations

(a) $6(2 - x)$	(c) $a(5a - 3)$	(e) $z^2(5 - 4z)$	(g) $3p(3 - 2p)$
(b) $7(5 - 4t^2 + 3t^5)$	(d) $3b(4 - 7b)$	(f) $(x - 2)(3 - 5x)$	(h) $(q - 1)(3q + 1)$

8.5 Fonctions

- | | | |
|---|--|--|
| (a) $f(-5) = 3 - 2(-5) = 7.$
(b) $g(-2) = 7 - 3(-2)^2 = -5.$ | | (c) 4 car $h(4) = 7.$
(d) $-\frac{1}{5}$ car $i(-\frac{1}{5}) = 3.$ |
|---|--|--|

8.6 Géométrie

- (a) Oui, $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 65$ et $BC = \sqrt{65}.$
- (b) Oui, $QR^2 = PQ^2 - PR^2 = 5$ et $QR = \sqrt{5}.$
- (c) $HI^2 = GH^2 + GI^2$ donc GHI est rectangle en $G.$
- (d) Non car on ne sait pas si MNP est rectangle en M ou en $N.$
- (e) FGH est isocèle en F , non rectangle (car $5^2 + 5^2 \neq 7^2$).
- (f) Non car on ne sait s'il est rectangle ou isocèle et on ne connaît aucun angle.
- (g) $ABCD$ est un parallélogramme.
- (h) $EFGH$ ou $EFHG$ est un parallélogramme.
- (i) i. Faux : ABI isocèle en $I.$
 ii. Vrai : RST isocèle en $T.$
 iii. Vrai, un carré est un trapèze.
 iv. Faux, on doit avoir l'alignement dans le « même ordre ».
 v. Faux : BAC n'est pas nécessairement rectangle en $B.$

8.7 Logique

Vrai ou Faux? Justifier.

- (a) Faux. Tout ce qui est immortel n'est pas nécessairement une étoile.
- (b) Faux. Tous les éléphants qui vivent en Antarctique ne sont pas nécessairement roses.
- (c) Faux. Nous n'avons aucune information sur les poissons rouges.
- (d) Vrai. Les casseroles sachant chanter ne peuvent être candidates.